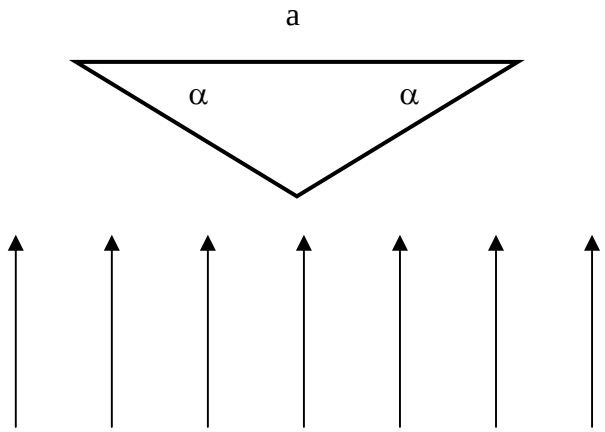
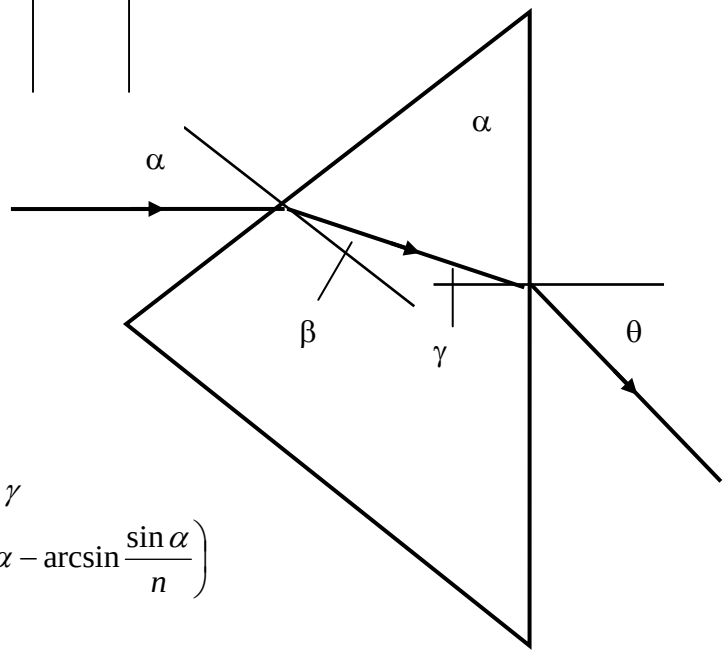
IV ტური ამოცანა № 1

6 ქულა გამჭვირვალე ბიპრიზმა მოთავსებულია სინათლის ერთგვაროვან ვერტიკალურ ნაკადში ისე, რომ ზედა წახნაგი ჰორიზონტალურია (იხ. ნახ.).

ა) მიიღეთ განტოლება, რომელიც აკავშირებს ბიპრიზმაში გავლისას სინათლის გადახრის კუთხეს ბიპრიზმის კუთხესთან და მისი ნივთიერების n გარდატეხის მაჩვენებელთან;

ბ) განსაზღვრეთ სინათლის ინტენსიობა (სხივების მართობ ერთეულოვან ფართობში ერთეულოვან დროში გასული სინათლის ენერგია), თუ მისი მოქმედებით ბიპრიზმა გაჩერებულია ჰაერში. ბიპრიზმის ნივთიერების სიმკვრივეა . ის მთლიანად სინათლის ნაკადშია. სინათლის არეკვლა და შთანთქმა უგულებელყავით. სინათლის გადახრის კუთხე ცნობილად ჩათვალეთ.





ამოხსნა:

ა) პირველ ზედაპირზე გარდატეხისთვის გვაქვს

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ $\beta = \arcsin\frac{\sin\alpha}{n}$

ნახაზიდან ჩანს, რომ $\gamma = \alpha - \beta$

მეორე ზედაპირზე გარდატეხისთვის გვაქვს $\sin\theta = n\sin\gamma$

ამ ფორმულებიდან გამომდინარეობს, რომ $\sin\theta = n\sin\left(\alpha - \arcsin\frac{\sin\alpha}{n}\right)$

ბ) $mg = F$ (პრიზმის წონასწორობის პირობა) (1)

სადაც m პრიზმის მასაა, g თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა, ხოლო F სინათლის ნაკადიდან პრიზმაზე მოქმედი ძალაა.

$$F = \frac{p - p\cos\theta}{\Delta t} \qquad (2)$$

სადაც p ბიპრიზმაში Δt დროში გასული სინათლის იმპულსია, ხოლო θ სინათლის გადახრის კუთხეა.

$p = \frac{E}{c}$ (3), სადაც E ბიპრიზმაში Δt დროში გასული სინათლის ენერგიაა, ხოლო c ვაკუუმში სინათლის სიჩქარეა. $E = I_0 ab\Delta t$ (4), სადაც a და b ბიპრიზმის ზედა წახნაგის გვერდების სიგრძეა. (2), (3) და (4) ფორმულების გამოყენებით მიიღება, რომ

$$F = \frac{I_0 ab(1-\cos\theta)}{c} \qquad (5)$$

ბიპრიზმის მასა განისაზღვრება ფორმულით

$$m = \rho\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{a}{2}\cdot tg\alpha\cdot b = \frac{a^2 b tg\alpha}{4} \qquad (6)$$

(1), (5) და (6) ფორმულებიდან მიიღება, რომ

$$I_0 = \frac{cagtg\alpha}{4(1-\cos\theta)} \qquad (7)$$

IV ტური ამოცანა № 2

4 ქულა ჰორიზონტალურად განლაგებული კამერტონის ზედა ტოტზე დაყრილია წვრილი ქვიშა. კამერტონი ირხვა 500 ჰც სიხშირით. კამერტონის რხევა ჰარმონიულია და მისი ტოტის ვერტიკალური გადახრა წონასწორობიდან აღიწერება ფორმულით $x(t) = A\sin\omega t$.

ა) რისი ტოლია რხევების ამპლიტუდა იმ წერტილში, სადაც ქვიშის მარცვლები არ ხტებიან?

ბ) რისი ტოლია რხევების ამპლიტუდა იმ წერტილში, სადაც ქვიშის მარცვლები ხტებიან 2 მმ სიმაღლეზე იმ დონიდან, სადაც იყო უძრავი კამერტონი?

ამოხსნა

ქვიშის მარცვალი მოწყდება კამერტონის ტოტს იმ მომენტში, როდესაც ტოტის წერტილი მოძრაობს ზევითკენ, ხოლო მისი აჩქარება ამ დროს მიმართულია ქვევით და უტოლდება g-ს. ამ მომენტის შემდეგ კამერტონის ტოტი მოძრაობს ზევით g–ზე მეტი აჩქარებით და ამიტომ ჩამორჩება მაცვალს. მაწყვეტის მომენტი განისაზღვრება განტოლებით:

$A\omega^2 \sin\omega t_0 = g$. (1)

ამრიგად, საძიებელი რხევების ამპლიტუდე იმ წერტილში, სადაც ქვიშის მარცვლები არ ხტებიან, უნადა აკმაყოფილებდეს პირობას

$A_1 \le g/\omega^2 \approx 10^{-3}$ მმ

მოწყვეტის მომენტში მარცვალი იმყოფება

$h_0 = A\sin\omega t_0$ (2)

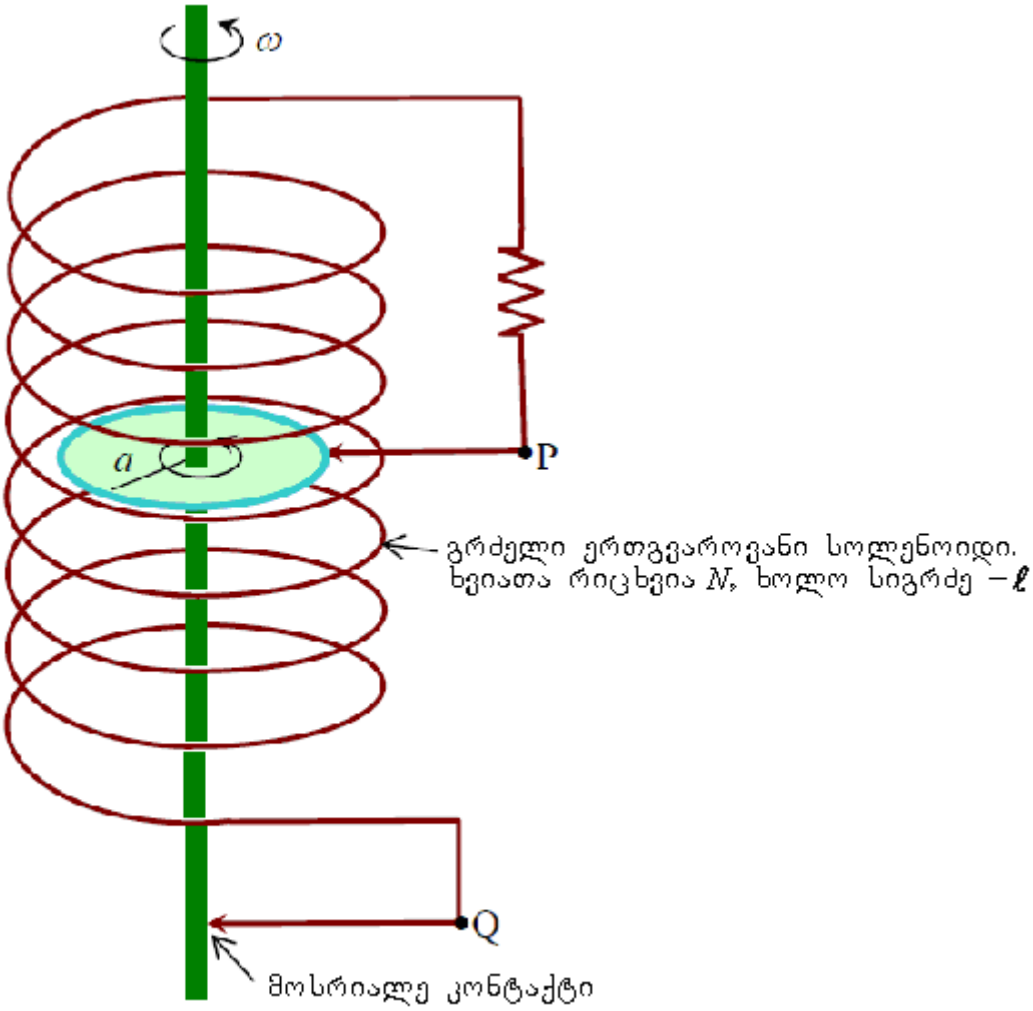
უძრავი კამერტონის დონიდან ათვლილ სიმაღლეზე. მისი სიჩქარე ამ არის $V_0 = A\omega\cos\omega t_0$ (3)

ამრიგად, მაქსიმალური სიმაღლე, რომელზეც ავა მარცვალი, არის $h = h_0 + V_0^2/2g$. (1)-(3) ფორმულების გამოყენებით მივიღებთ $h = g/2\omega^2 + (A_2\omega)^2/2g$. აქედან

$A_2 = (1/\omega)\sqrt{2gh - (g/\omega)^2} \approx 0{,}06$ მმ.

IV ტური ამოცანა № 3

10 ქულა ლითონის წვრილ ღერძზე დამაგრებული ლითონის a რადიუსის დისკო მუდმივი ω კუთხური სიჩქარით ბრუნავს გრძელი სოლენოიდის შიგნით (იხ. ნახ. 1). სოლენოიდის ინდუქციურობაა L, ხვიათა რიცხვია – N, ხოლო სიგრძე – ℓ. სოლენოიდის ბოლოები მოსრიალე კონტაქტებითაა მიერთებული მბრუნავ დისკოსთან. წრედის სრული წინაღობაა R. მცირე მაგნიტურ შეშფოთებას შეუძლია გამოიწვიოს P და Q მომჭერებს შორის ემ ძალის ზრდა.



ნახ. 3

1. დაწერეთ დიფერენციალური განტოლება წრედში $i(t)$ დენის ძალისათვის. პასუხი გამოსახეთ L, R სიდიდეებით და დისკოში ინდუცირებული E ემ ძალით.
2. გამოსახეთ მაგნიტური ველის B ინდუქცია i, N, ℓ სიდიდეებით და μ_0 მაგნიტური მუდმივათი. უგულებელყავით დისკოს და ღერძის მაგნიტური ველები.
3. გამოსახეთ დისკოში ინდუცირებული E ემ ძალა μ_0, N, a, ℓ, i სიდიდეებით და ω კუთხური სიჩქარით.
4. ამოხსენით პირველ კითხვაში მიღებული განტოლება და გამოსახეთ ნებისმიერ t მომენტში დენის ძალა $i(0)$ საწყისი დენის ძალითა და დანარჩენი პარამეტრებით.
5. რა მინიმალურ მნიშვნელობას უნდა გადააჭარბოს კუთხურმა სიჩქარემ, რომ დენის ძალა იზრდებოდეს დროის განმავლობაში? პასუხი გამოსახეთ R, μ_0, N, a და ℓ სიდიდეებით.
6. რისი ტოლი მომენტი უნდა მოვდოთ ღერძზე დროის t მომენტში, რომ შევინარჩუნოთ მისი ბრუნვის მუდმივი ω კუთხური სიჩქარე?

ამოხსნა:

1)
$$E + \left(-L\frac{di}{dt}\right) = iR$$

2) თეორემით ცირკულაციის შესახებ მიიღება, რომ
$$B = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$$

3) დისკოსთან ერთად მბრუნავ თავისუფალ ელექტრონებზე მოქმედი ლორენცის ძალის რადიუსის გასწვრივი მდგენელი გარე ძალაა. მის მუშაობასთანაა დაკავშირებული ემ ძალა. ღერძიდან r მანძილით დაშორებული ელექტრონი დისკოსთან ერთად მოძრაობს $\upsilon = \omega r$

სიჩქარით. მასზე მოქმედი ზემოთ აღნიშნული ძალაა $F = q\upsilon B = q\omega B r$. ამ ძალის მუშაობაა $A = \int_0^a q\omega B r\, dr = \frac{q\omega B a^2}{2}$. ემ ძალაა $\mathcal{E} = \frac{A}{q} = \frac{\omega B a^2}{2} = \frac{\mu_0 N i \omega a^2}{2\ell}$

4) პირველი და მესამე პუნქტების შედეგების კომბინირებით მიიღება

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}\left(\frac{\mu_0 N a^2 \omega}{2\ell} - R\right) i = \gamma i$$

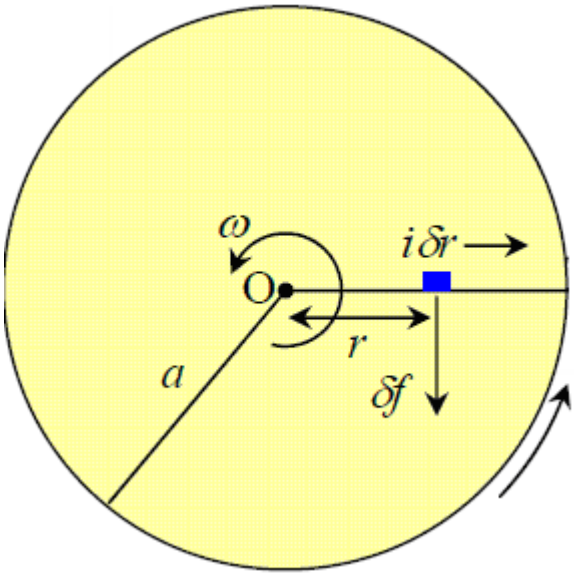
$$i(t) = i(0) e^{\gamma t}$$

სადაც $\gamma = \frac{1}{L}\left(\frac{\mu_0 N a^2 \omega}{2\ell} - R\right)$.

5)
$$\frac{\mu_0 N \omega a^2}{2\ell} - R > 0$$

$$\omega_{\min} = \frac{2\ell R}{\mu_0 N a^2}$$

6) **პირველი მეთოდი.** დისკოს ღერძზე მოქმედი ძალის მომენტი ტოლი უნდა იყოს მაგნიტური ველიდან დისკოში გამავალ დენზე მოქმედი ძალის მომენტის, რომელიც ლენცის წესის თანახმად, დისკოს დამუხრუჭებას ცდილობს.



დენის ელემენტზე მოქმედი ძალაა (იხ. ნახ.) $df = Bi\,dr$, სადაც $i = i(0)e^{\gamma t}$ არის t მომენტში დენის ძალა. მისი მომენტია $d\tau = r\,df = Bir\,dr$. სრულ მომენტს ინტეგრებით ვიპოვით: $\tau = Bi\int_0^a r\,dr = \frac{Bia^2}{2}$. დენის გამოსახულებისა და მაგნიტური ინდუქციის გამოსახულების (პუნქტი 2) ჩასმით მიიღება

$$\tau = \frac{\mu_0 N a^2}{2\ell} i^2(0) e^{2\gamma t}$$

მეორე მეთოდი. გამოვიყენოთ ენერგიის მუდმივობისა გარდაქმნის კანონი

$$\tau\omega\, dt = \mathcal{E} i\, dt$$

საიდანაც დენის ძალის და ემ ძალის გამოსახულებების (ეს უკანასკნელი მივიღეთ პუნქტ 3-ში) ჩასმით მიიღება

$$\tau = \frac{\mu_0 N a^2}{2\ell} i^2(0) e^{2\gamma t}$$

IV ტური ამოცანა № 4

10 ქულა

განიხილეთ მეთოდი, რომელიც ხშირად გამოიყენება საჭირო მიმართულებით კოსმოსური ზონდების ასაჩქარებლად. პლანეტასთან ახლოს ჩაფრენისას შესაძლოა საგრძნობლად გაიზარდოს კოსმოსური ზონდის სიჩქარე და საგრძნობლად შეიცვალოს მისი მოძრაობის მიმართულება პლანეტის ორბიტალური მოძრაობის ენერგიის მცირე ნაწილის ხარჯზე. გაანალიზეთ იუპიტერის მახლობლად ჩაფრენილი კოსმოსური ზონდის შემთხვევა.

იუპიტერი მზის გარშემო ელიფსზე მოძრაობს, რომელიც მიახლოებით შეგვიძლია R საშუალო რადიუსის წრეწირად განვიხილოთ. ფიზიკური პრობლემის გაანალიზებისათვის წინასწარ ორი ამოცანა ამოხსენით.

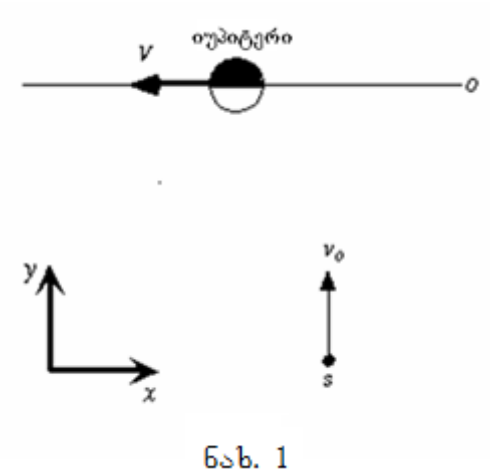
1. განსაზღვრეთ მზის გარშემო იუპიტერის მოძრაობის υ სიჩქარე.

2. იპოვეთ იუპიტერიდან მანძილი, სადაც მზე და იუპიტერი ზონდს ტოლად მიიზიდავს (იგულისხმება, რომ ზონდი იმყოფება მზისა და იუპიტერის შემაერთებელ მონაკვეთზე).

3. იუპიტერს მახლობლად ჩაუფრენს $m = 825$ კგ მასის ზონდი. სიმარტივისთვის დავუშვათ, რომ ზონდის ტრაექტორია იუპიტერის ორბიტის სიბრტყეშია ანუ შესაძლოა უგულებელვყოთ შემთხვევები, როდესაც ზონდი ტოვებს ამ სიბრტყეს.

განვიხილოთ სივრცის ის არე, სადაც იუპიტერისკენ მიზიდვა მნიშვნელოვნად აღემატება ყველა სხვა გრავიტაციულ ძალას.

მზის ცენტრთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში კოსმოსური ზონდის საწყისი სიჩქარეა $\upsilon_0 = 1.00 \times 10^4$ მ/წმ (მიმართულია Y ღერძის დადებითი მიმართულებით), ხოლო იუპიტერის სიჩქარე მიმართულია X ღერძის უარყოფითი მიმართულებით (ნახ. 1). კოსმოსური ზონდის საწყისი სიჩქარის ქვეშ ჩვენ გვესმის მისი სიჩქარე საპლანეტათშორისო სივრცეში იუპიტერისგან საკმარისად შორს, მაგრამ სადაც მზისკენ მიზიდვა უგულებელსაყოფად მცირეა. დავუშვათ, რომ ურთიერთქმედების დრო იმდენად მცირეა, რომ შესაძლებელია იუპიტერის ორბიტალური სიჩქარის მიმართულების ცვლილების უგულვებელყოფა. დავუშვათ აგრეთვე, რომ ზონდი იუპიტერს უკნიდან შემოუვლის.



ნახ. 1

განსაზღვრეთ კოსმოსური ზონდის სიჩქარის მიმართულება (θ_0 კუთხე ზონდის სიჩქარესა და X ღერძს შორის) და სიჩქარის υ' მოდული იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, როდესაც ზონდი იუპიტერისგან შორსაა.

4. განსაზღვრეთ ზონდის სრული მექანიკური ენერგია იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. ჩვეულებრივ დაუშვით, რომ პოტენციური ენერგია დიდ მანძილებზე ნულის ტოლია.

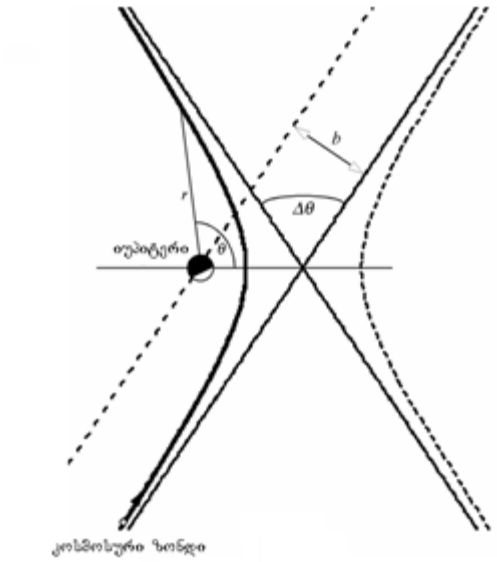
5. კოსმოსური ზონდის ტრაექტორია იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ჰიპერბოლაა, რომლის განტოლებას პოლარულ კოორდინატებში შემდეგი სახე აქვს:

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{\upsilon'^2 b^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2E\upsilon'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}\cos\theta\right) \qquad (1)$$

სადაც, b მანძილია ასიმპტოტასა და იუპიტერის ცენტრს შორის (ეგრეთწოდებული სამიზნე პარამეტრი), E – ზონდის სრული მექანიკური ენერგიაა იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, G – გრავიტაციული მუდმივა, r და θ – პოლარული კოორდინატები.

ნახატზე (ნახ. 2) ნაჩვენებია (1) განტოლებით აღწერილი ჰიპერბოლის ორი შტო და მისი ასიმპტოტები. აღვნიშნოთ, რომ (1) განტოლება აღწერს ჰიპერბოლას, რომლის ფოკუსი "მიზიდვის ცენტრშია" ანუ იუპიტერის ცენტრშია. კოსმოსური ზონდის ტრაექტორია წარმოადგენს "მიზიდვის შტოს" და სურათზე უწყვეტი ხაზითაა აღნიშნული.

(1) განტოლების გამოყენებით იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში განსაზღვრეთ ზონდის $\Delta\theta$ კუთხური მობრუნება (ნახ. 2) და გამოსახეთ ის როგორც υ' საწყისი სიჩქარისა და b სამიზნე პარამეტრის ფუნქცია.



ნახ. 2

6. დაუშვით, რომ ზონდს არ შეუძლია მიუახლოვდეს იუპიტერის ცენტრს სამ იუპიტერის რადიუსზე უფრო ახლოს. ამ დაშვებით განსაზღვრეთ b სამიზნე პარამეტრის მინიმალური დასაშვები მნიშვნელობა და $\Delta\theta$ კუთხური მობრუნების მაქსიმალური შესაძლო მნიშვნელობა.

7. გამოსახეთ მზესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ზონდის υ'' საბოლოო სიჩქარე როგორც მხოლოდ იუპიტერის υ სიჩქარის, ზონდის υ_0 საწყისი სიჩქარის და $\Delta\theta$ კუთხური მობრუნების ფუნქცია.

8. წინა შედეგის გამოყენებით, იპოვეთ მზესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ზონდის υ'' საბოლოო სიჩქარის მნიშვნელობა კუთხური მობრუნების მაქსიმალური შესაძლო მნიშვნელობის შემთხვევაში.

რ ი ც ხ ვ ი თ ი მ ო ნ ა ც ე მ ე ბ ი

მზის მასა	$M_S = 1.991\times10^{30}$ კგ
იუპიტერის მასა	$M = 1.901\times10^{27}$ კგ
იუპიტერის ორბიტის საშუალო რადიუსი	$R = 7.783\times10^{11}$ მ
იუპიტერის ეკვატორული რადიუსი	$R_i = 6.98\times10^{7}$ მ
იუპიტერის გარშემოვლის პერიოდი	$T_i = 374.32$ მგწმ
გრავიტაციული მუდმივა	$G = 6.673\times10^{-11}$ მ^3/(კგ·წმ^2)

ამოხსნა:

1. იუპიტერის მოძრაობისათვის ნიუტონის II კანონის გამოყენება გვაძლევს $\frac{G M_S M}{R^2} = \frac{M \mathrm{v}^2}{R}$, საიდანაც $\mathrm{v} = \sqrt{\frac{G M_S}{R}} = 1.306 \times 10^4$ მ/წმ.
2. ვთქვათ ზონდზე მოქმედი ორი გრავიტაციული ძალა ერთმანეთის ტოლია იუპიტერიდან ρ მანძილზე. გვაქვს $\frac{G M m}{\rho^2} = \frac{G M_S m}{(R-\rho)^2}$, საიდანაც $\rho = \frac{\sqrt{M}\, R}{\sqrt{M_S} + \sqrt{M}} = 2.333 \times 10^{10}$ მ.
3. ერთი ათვლის სისტემიდან მეორეში სიჩქარის გარდაქმნის გალილეის ფორმულით ვიპოვით ზონდის სიჩქარის გეგმილებს ღერძებზე იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში: $\mathrm{v}'_x = \mathrm{v}, \mathrm{v}'_y = \mathrm{v}_0$. ამ ათვლის სისტემაში ზონდი მოძრაობს X ღერძისადმი $\theta_0 = \arctan\frac{\mathrm{v}_0}{\mathrm{v}}$ კუთხით, ხოლო მისი სიჩქარის მოდულია $\mathrm{v}' = \sqrt{\mathrm{v}_0^2 + \mathrm{v}^2}$ (შევნიშნოთ აგრეთვე, რომ $\cos\theta_0 = \frac{\mathrm{v}}{\sqrt{\mathrm{v}_0^2 + \mathrm{v}^2}} = \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{v}'}$ და $\sin\theta_0 = \frac{\mathrm{v}_0}{\sqrt{\mathrm{v}_0^2 + \mathrm{v}^2}} = \frac{\mathrm{v}_0}{\mathrm{v}'}$). მოცემული რიცხვითი მნიშვნელობების გამოყენებით მივიღებთ $\theta_0 = 0.653$ რად $= 37.4^\circ$ და $\mathrm{v}' = 1.65 \times 10^4$ მ/წმ.
4. ჩვენ ვგულისხმობთ, რომ ზონდი საწყის მომენტში იუპიტერიდან დაშორებულია მის ზომებთან შედარებით ბევრად დიდ მანძილზე, მაგრამ არა იმდენად დიდზე, რომ მხედველობაში იყოს მისაღები მზისკენ და სხვა პლანეტებისაკენ მიზიდვა. ამის გამო ზონდის სრული ენერგია იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში არის ზონდის კინეტიკური ენერგია საწყის მანძილზე $E = \frac{m \mathrm{v}'^2}{2} = 112$ გჯ.
5. ამოცანის პირობის (1) განტოლება გვიჩვენებს, რომ იუპიტერიდან უსასრულოდ შორს (იუპიტერის ველში ზონდის შესვლისას და ამ ველიდან გამოსვლისას) θ კუთხე განისაზღვრება განტოლებით $1 + \sqrt{1 + \frac{2 E \mathrm{v}'^2 b^2}{G^2 M^2 m}} \cos\theta = 0$ ანუ $\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 E \mathrm{v}'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}}$ (შევნიშნოთ, რომ θ კუთხე აითვლება იუპიტერის ცენტრიდან ზონდის ტრაექტორიის უახლოეს წერტილისკენ გავლებული ღერძიდან, რომელიც არ ემთხვევა X ღერძს). რადგანაც იუპიტერის ცენტრიდან ზონდამდე მანძილი უარყოფითი ვერ იქნება, ამიტომ ზონდის ტრაექტორიის ყველა სხვა წერტილისათვის $\cos\theta \geq -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 E \mathrm{v}'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}}$. კუთხეების მნიშვნელობები იუპიტერის ველში ზონდის შესვლისას და ამ ველიდან გამოსვლისას იქნება

$$\theta_{\mp} = \mp \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 E \mathrm{v}'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}}\right) = \mp\left(\pi - \arccos\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 E \mathrm{v}'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}}\right)$$

და, მაშასადამე, ზონდის კუთხური მობრუნება იქნება (იხ. პირობის ნახ. 2)

$$\Delta\theta = (\theta_+ - \theta_-) - \pi = \pi - 2\arccos\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 E \mathrm{v}'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}} = \pi - 2\arccos\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\mathrm{v}'^4 b^2}{G^2 M^2}}}$$

ბოლო ფორმულის მიღებისას ჩვენ გამოვიყენეთ ზონდის სრული ენერგიის გამოსახულება (იხ. პუნქტი 4).
6. კუთხური გადახრა სამიზნე პარამეტრის მონოტონურად კლებადი ფუნქციაა, ამიტომ კუთხური გადახრა მაქსიმალურია, როდესაც სამიზნე პარამეტრი მინიმალურია. ზონდის დაშორება იუპიტერის ცენტრამდე მინიმალურია, როდესაც $\theta = 0$. პირობის (1)

განტოლებიდან მიიღება $r_{\min} = \frac{v'^2 b^2}{GM}\left(1+\sqrt{1+\frac{v'^4 b^2}{G^2 M^2}}\right)^{-1}$, საიდანაც სამიზნე პარამეტრისათვის ვიღებთ $b = \sqrt{r_{\min}^2 + \frac{2GM}{v'^2} r_{\min}}$. (იგივე შედეგი მიიღება იმპულსის მომენტის და ენერგიის მუდმივობის კანონების გამოყენებით: $m v' b = m v'_{\min} r_{\min}$, $\frac{m v'^2}{2} = \frac{m v'^2_{\min}}{2} - \frac{GMm}{r_{\min}}$, სადაც $v'_{\min}$ ზონდის სიჩქარეა იუპიტერისგან მინიმალურ მანძილზე.) სამიზნე პარამეტრი მინიმალურია, როდესაც მინიმალურია იუპიტერთან ზონდის მაქსიმალური მიახლოება. პირობის თანახმად ეს უკანასკნელი იუპიტერის სამი რადიუსის ტოლია ($r_{\min} = 3R_i$), ამიტომ $b_{\min} = \sqrt{9R_i^2 + \frac{6GMR_i}{v'^2}}$. მაქსიმალური გადახრის კუთხისათვის მიიღება

$$\Delta\theta_{\max} = \pi - 2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\frac{v'^4 b_{\min}^2}{G^2 M^2}}} = \pi - 2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\frac{v'^4}{G^2 M^2}\left(9R_i^2 + \frac{6GMR_i}{v'^2}\right)}}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით ვიპოვით, რომ $b_{\min} = 4.90\times10^8$ მ და $\Delta\theta_{\max} = 1.526$ რად $= 87.4^\circ$.

7. იუპიტერთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ზონდის საბოლოო მოძრაობის მიმართულების შედგენილი კუთხე X ღერძთან, უკნიდან შემოვლის შემთხვევაში, არის საწყისი კუთხისა და გადახრის კუთხის ჯამი ანუ $\theta_0 + \Delta\theta$. საბოლოო სიჩქარის მოდული ისევ v'–ია. მისი გეგმილები ღერძებზე იქნება $v'_x = v'\cos(\theta_0 + \Delta\theta)$, $v'_y = v'\sin(\theta_0 + \Delta\theta)$. მზესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ზონდის სიჩქარის გეგმილებია $v''_x = v'\cos(\theta_0 + \Delta\theta) - v$, $v''_y = v'\sin(\theta_0 + \Delta\theta)$. ზონდის საბოლოო სიჩქარე მზესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში იქნება

$$v'' = \sqrt{[v'\cos(\theta_0 + \Delta\theta) - v]^2 + [v'\sin(\theta_0 + \Delta\theta)]^2}$$

8. ამ ფორმულაში რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანით ვიპოვით, რომ $v'' = 2.62\times10^4$ მ/წმ.